

به نام خدا

ریاضی دهم

کاویانی

Ins: @shayankavianiii

Ins: @shayankavianiii

## فهرست

- فصل ۱: مجموعه ، الگو و دنباله ..... ۳
- فصل ۲: مثلثات ..... ۱۰
- فصل ۳: توان های گویا و عبارت های جبری ..... ۱۶
- فصل ۴: معادله و نامعادله ..... ۲۲
- فصل ۵: تابع ..... ۲۸
- فصل ۶: شمارش ، بدون شمردن ..... ۳۴
- فصل ۷: آمار و احتمال ..... ۴۰

## فصل ۱: مجموعه، الگو و دنباله

تعریف مجموعه: در دسته ای یا گروهی از اشیاء (عناصر) رو به رو متمایز گفته میشود که اعضای آن کاملاً مشخص هستند نظیر مجموعه افراد، مجموعه اعداد طبیعی ....

$$\mathbb{N} = \{1, 2, 3, \dots\}$$

مجموعه اعداد طبیعی

$$\mathbb{Z} = \{\dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots\}$$

مجموعه اعداد صحیح

$$\mathbb{W} = \{0, 1, 2, 3, \dots\}$$

مجموعه اعداد حسابی

$$Q = \left\{ \frac{m}{n} \mid m, n \in \mathbb{Z} \text{ و } n \neq 0 \right\}$$

مجموعه اعداد گویا

$$\mathbb{N} \subset \mathbb{W} \subset \mathbb{Z} \subset Q \subset \mathbb{R}$$

نکته:

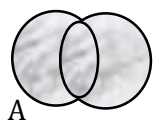
مجموعه منتهای: مجموعه ای که تعداد اعضای آن یک عدد حسابی می باشد مجموعه منتهای نام دارد.

مجموعه نامنتهای: مجموعه ای که تعداد اعضای آن را نتوان با یک عدد حسابی نشان داد و تعداد اعضای آن از هر عددی که در نظر بگیریم بزرگتر است.

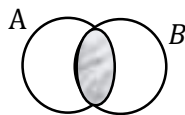
نکته: تعداد اعضای مجموعه A را با  $n(A)$  نمایش می دهیم .

نکته: هر مجموعه ای زیر مجموعه خودش است و تهی زیر مجموعه همه ی مجموعه ها است.

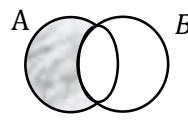
یاد آوری:



$A \cup B$



$A \cap B$



$A - B$



$B - A$

$A \cup B = \{x \mid x \in A \text{ یا } x \in B\}$  اجتماع دو مجموعه

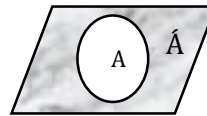
$A \cap B = \{x \mid x \in A \text{ و } x \in B\}$  اشتراک دو مجموعه

$A - B = \{x \mid x \in A \text{ و } x \notin B\}$  تفاضل دو مجموعه

$B - A = \{x \mid x \in B \text{ و } x \notin A\}$

مجموعه مرجع (U): مجموعه ای که همه مجموعه های مورد نظر را در بر گیرد را مجموعه مرجع گویند.

متمم یک مجموعه: هرگاه U مجموعه مرجع باشد و  $A \subseteq U$ , آنگاه مجموعه  $U - A$  را متمم مجموعه A می نامیم و آن را با نماد  $\bar{A}$  نشان می دهیم. به عبارت دیگر مجموعه  $\bar{A}$  شامل همه عضوهای U است که در A نیستند.



$A' = \{x \in U \mid x \notin A\} = U - A$

نکته:  $U \cup A = U$  و  $U \cap A = A$  و  $A \cup A = A$  و  $A \cap A = A$

$A \cup A' = U$  و  $A \cap A' = \emptyset$  و  $(A')' = A$  و  $\emptyset' = U$  و  $U' = \emptyset$

سوال: درستی یا نادرستی روابط زیر را تعیین کنید. (صحیح-غلط)

الف)  $(A - \bar{A}) \cap U = \emptyset$

ب)  $B \cup B' = U$

پ)  $(A \cup \emptyset) - (A \cap \emptyset) = A$

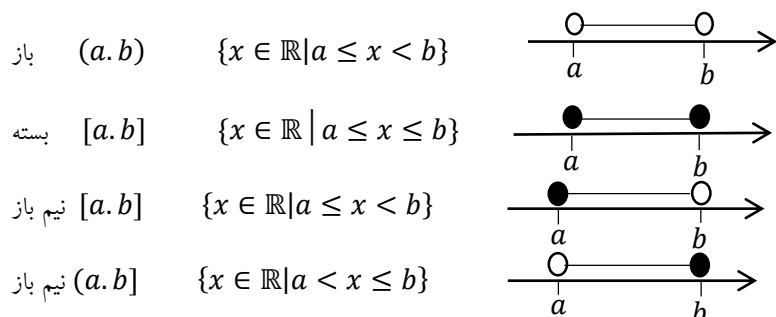
سوال: حاصل عبارتهای زیر را بیابید.

الف)  $(-\infty, 2) \cap (-3, 5] =$

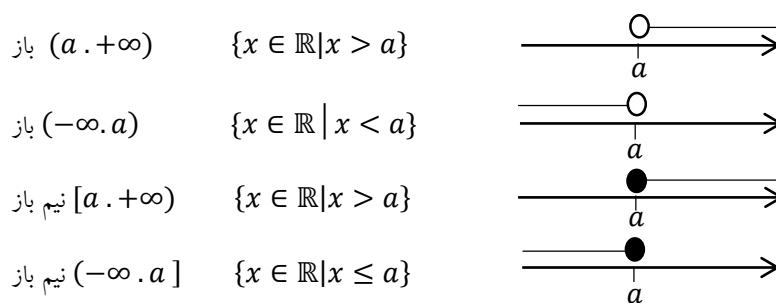
ب)  $(-3, \frac{8}{5}] \cup (0, 2] =$

بازه (فاصله): مجموعه ای از  $\mathbb{R}$  که مشخص کننده یک قطعه یا برشی از محور اعداد حقیقی باشند را بازه می گویند. بازه ها به دو نوع محدود و نامحدود تقسیم میشوند.

### انواع بازه های محدود:



### انواع بازه های نامحدود:



سوال: متناهی یا نامتناهی بودن مجموعه های زیر را بررسی کنید.

الف) مجموعه اعداد طبیعی (پ) مجموعه خیابانهای شهید شیراز

ب) مجموعه شمارنده های طبیعی عدد ۳۶ (ه) مجموعه دانش آموزان مدرسه شما

ج) بازه  $(\frac{1}{4}, \frac{1}{2})$

ت)  $A = \{x \in \mathbb{N} | 1 < x < 2\}$

نکته: دو مجموعه ای که اشتراکی نداشته باشند را دو مجموعه مجزا می گویند.  $A \cap B = \emptyset$

سوال: مجموعه A و B را تشکیل دهید و موارد خواسته شده را بیابید.

$$A = \{ \text{مجموعه شمارنده های ۲۸} \} \quad n(A) =$$

$$B = \{ \text{مجموعه شمارنده های ۳۰} \} \quad n(B) =$$

$$A \cap B = \{ \quad \quad \quad \} \quad n(A \cap B) =$$

$$A \cup B = \{ \quad \quad \quad \} \quad n(A \cup B) =$$

تعداد اعضای اجتماع دو مجموعه متناهی:

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

نکته: اگر مجموعه ای  $n$  عضو داشته باشد تعداد زیر مجموعه های آن برابر است با:  $2^n$

تست: اگر A مجموعه متناهی و B مجموعه نامتناهی باشد مجموعه A-B چگونه است؟

- (۱) با پایان (۲) بی پایان (۳) تهی (۴) غیر قابل تعریف

تست: در یک کلاس ۳۰ نفری، ۲۴ نفری فوتبال و ۱۸ نفر به والیبال علاقه مندند و ۴ نفر نیز به هیچ یک از دو بازی علاقه مندی ندارند. در این کلاس چند نفر فقط به والیبال علاقه مندند؟

- ۱۳(۱) ۱۶(۲) ۱۸(۳) ۲۰(۴)

الگوی خطی: به طور کلی الگویی که جمله عمومی آن عبارتی درجه اول  $(t_n = an + b)$  بر حسب  $n$  باشد را الگوی خطی می گویند که در آن  $a$  و  $b$  دو عدد حقیقی هستند در الگوی خطی، اختلاف دو جمله متوالی ثابتی است.

$$t_n = an + b$$

اختلاف دو مجموعه متوالی  $\rightarrow 1$

سوال : در یک الگوی خطی جملات دوازدهم و بیست دوم , به ترتیب ۳۱ و ۸۶ هستند. جمله ی عمومی الگو را بیابید.

تعریف دنباله: هر تعداد عددی که پشت سرهم قرار بگیرند را یک دنباله می نامیم واعداد را جملات دنباله می نامیم .

دنباله حسابی: دنباله ای که هر جمله آن با اضافه شدن عددی ثابت به جمله قبلی به دست می آید را یک دنباله حسابی می نامیم و آن مقدار ثابت را قدرنسبت می نامیم.

$$a_n = a_1 + (n - 1)d \quad \text{جمله عمومی :}$$

$$d = a_m - a_n - 1 \quad \text{و} \quad d = \frac{a_m - a_n}{m - n} \quad \text{قدرنسبت:}$$

$$b = \frac{a+c}{2} \quad \text{واسطه حسابی:}$$

سوال : در یک دنباله حسابی جمله ی سوم و هفتم به ترتیب ۲۰ و ۵۶ است. دنباله رو مشخص و جمله ی عمومی را بنویسید؟

سوال : در یک دنباله حسابی ,مجموع سه جمله ی اول ۳ و مجموع سه جمله ی بعدی آن ۳۹ است دنباله را مشخص کنید؟

سوال : اگر بین ۱۰ و ۵۰ هفت واسطه ی حسابی درج شود، واسطه پنجم کدام است؟

دنباله هندسی : دنباله ای است که در آن هر جمله از ضرب عدد ثابت در جمله ی قبل از خودش به دست می آید که آن مقدار ثابت را قدر نسبت می نامند؟

جمله عمومی:  $a_n = a_1 q^{n-1}$       قدر نسبت:  $q^{m-n} = \frac{a_m}{a_n}$       یا  $q = \frac{a_n}{a_{n-1}}$

نکته: اگر ۳ عدد تشکیل یک دنباله هندسی بدهند آنگاه  $b^2 = ac$   $\Rightarrow$   $a, b$  و  $c$

سوال : در دنباله هندسی زیر، جمله عمومی را بیابید؟

..... و  $\frac{1}{8}$  و  $\frac{1}{4}$  و  $-\frac{1}{2}$  و 1

سوال : جملات سوم و ششم یک دنباله هندسی به ترتیب ۱۲ و ۹۶ می باشد. دنباله را مشخص کنید؟

سوال : به ازای چه مقداری از  $x$ ، عبارات  $x, 12+x$  و  $8-x$  سه جمله متوالی از یک دنباله هندسی را تشکیل می دهند؟

تمرین:  $m$  را طوری بیابید که جملات مقابل یک دنباله حسابی را بسازند؟

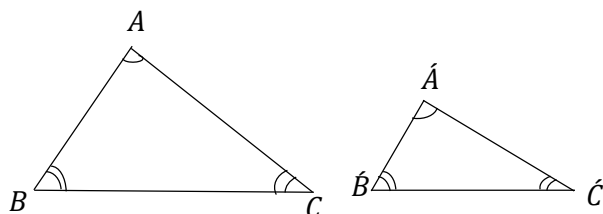
$8m+1$  و  $10m+3$  و  $12m+5$



Ins: @shayankavianiii

## فصل ۲: مثلثات

تشابه: وقتی دو مثلث متشابه هستند، زاویه های مساوی دارند. در این صورت نسبت اضلاع متناظر آن ها نیز یکسان خواهد بود. پس از رابطه  $\Delta ABC \sim \Delta \hat{A}\hat{B}\hat{C}$  نتیجه میگیریم که:

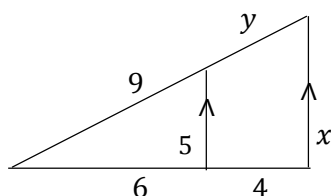


الف)  $A = \hat{A}$  , ب)  $B = \hat{B}$

پ)  $C = \hat{C}$  , ج)  $\frac{\hat{A}\hat{B}}{AB} = \frac{\hat{A}\hat{C}}{AC} = \frac{\hat{B}\hat{C}}{BC}$

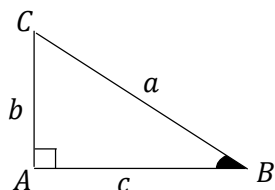
نکته: اگر دو زاویه از مثلثی با دو زاویه از مثلثی دیگر برابر باشد آن دو مثلث متشابه اند.

سوال: در شکل مقابل مقادیر  $x$  و  $y$  را بیابید؟



نسبت های مثلثاتی:

در مثلث قائم الزاویه  $\Delta ABC$  ( $A = 90^\circ$ ) نسبت های مثلثاتی زاویه  $\hat{B}$  به صورت زیر تعریف می شود.



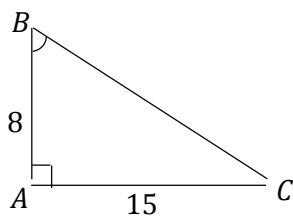
$$\sin \hat{B} = \frac{AC}{BC} = \frac{b}{a} , \quad \cos \hat{B} = \frac{AB}{BC} = \frac{c}{a}$$

$$\tan B = \frac{AC}{AB} = \frac{b}{c} , \quad \cot B = \frac{AB}{AC} = \frac{c}{b}$$

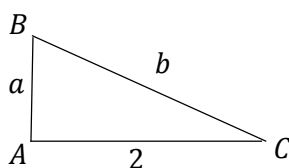
$$\tan B = \frac{\sin B}{\cos B} , \quad \cot B = \frac{\cos B}{\sin B}$$

تمرین: با استفاده از یک مثلث قائم الزاویه متساوی الساقین تانژانت، کتانژانت زاویه  $45^\circ$  را بیابید؟

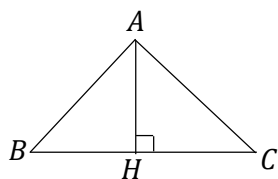
سوال: در شکل مقابل، تانژانت زاویه B را بیابید؟



سوال: در شکل مقابل اگر بدانیم  $\sin B = \frac{1}{3}$  است، مقدار  $\cos B$  را بدست آورید؟



مساحت مثلث بر حسب سینوس  $\sin$ :

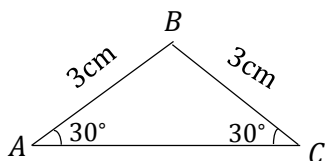


$$S = \frac{1}{2} AB \times AC \times \sin \hat{A}$$

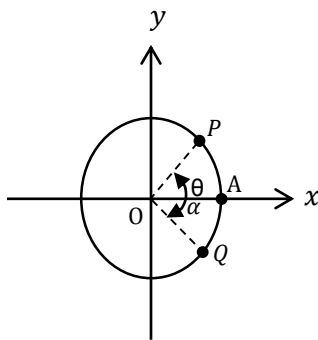
$$S = \frac{1}{2} AB \times BC \times \sin \hat{B}$$

$$S = \frac{1}{2} AC \times BC \times \sin \hat{C}$$

سوال: مساحت مثلث  $\triangle ABC$  را پیدا کنید؟



دایره مثلثاتی: دایره ای به مرکز مبدا مشخات وشعاع واحد است که اگر با حرکت در خلاف جهت عقربه های ساعت به نقطه ای مانند  $p$  برسیم زاویه  $\widehat{AOP}$  مثبت است و اگر با حرکت در جهت عقربه های ساعت به نقطه ای مانند  $Q$  برسیم زاویه  $\widehat{AOQ}$  منفی است؟



$90^\circ < \alpha < 180^\circ$ ناحیه دوم		$0 < \alpha < 90^\circ$ ناحیه اول	
$\sin\alpha > 0$	$\cos\alpha < 0$	$\sin\alpha > 0$	$\cos\alpha > 0$
$\tan\alpha < 0$	$\cot\alpha < 0$	$\tan\alpha > 0$	$\cot\alpha > 0$
$270^\circ < \alpha < 360^\circ$ ناحیه چهارم		$180^\circ < \alpha < 270^\circ$ ناحیه سوم	
$\sin\alpha < 0$	$\cos\alpha > 0$	$\sin\alpha < 0$	$\cos\alpha < 0$
$\tan\alpha < 0$	$\cot\alpha < 0$	$\tan\alpha > 0$	$\cot\alpha > 0$

سوال: مشخص کنید که انتهای کمان مربوط به هر زاویه های زیر، در کدام نواحی مثلثاتی قرار میگیرد؟

الف)  $-95^\circ$       ب)  $182^\circ$       پ)  $65^\circ$       ت)  $-30^\circ$

سوال: در هریک از موارد زیر، نسبت های مثلثاتی زاویه ای داده شده است. سایر نسبت های مثلثاتی را بدست آورید؟

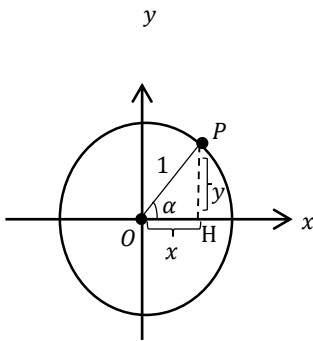
الف)  $\cos\alpha = \frac{3}{7}$  (در ربع چهارم)

ب)  $\sin\beta = -\frac{1}{2}$  (در ربع سوم)

سوال: حدود زاویه  $\theta$  را در حالت زیر مشخص کنید؟

$$\sin\theta \times \cos\theta < 0$$

نکته ۱: اگر نقطه  $p=(x, y)$  روی دایره مثلثاتی قرار داشته باشد و  $\alpha$  زاویه ای باشد که نیم خط  $\vec{op}$  با جهت مثبت محور  $x$  تشکیل می دهد داریم:

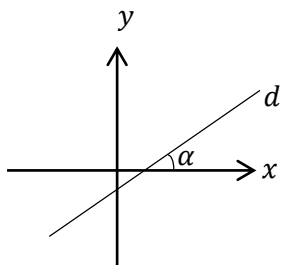


$$OP^2 = OH^2 + PH^2 \Rightarrow x^2 + y^2 = 1$$

$$\sin \alpha = \frac{OH}{OP} = y \quad \text{و} \quad \cos \alpha = \frac{PH}{OP} = \frac{x}{1} = x$$

$$\tan \alpha = \frac{PH}{OH} = \frac{y}{x} \quad \text{و} \quad \cot \alpha = \frac{OH}{PH} = \frac{x}{y}$$

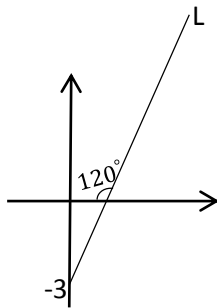
نکته ۲: رابطه تانژانت با شیب خط:



شیب هر خط تانژانت زاویه ای است که خط با جهت مثبت محور  $x$  ها تشکیل می دهد؟

$$\text{شیب خط } d = m = \tan \alpha$$

سوال: با توجه به شکل زیر، معادله خط  $L$  را بدست آورید؟



تمرین: اگر  $\tan \alpha = \frac{-4}{3}$  باشد و  $\alpha$  زاویه ای در ناحیه چهارم مثلثاتی باشد، نسبت های یکدیگر مثلثاتی را بیابید؟

برخی از روابط بین نسبت های مثلثاتی :

$$۱) \tan \theta = \frac{1}{\cot \theta}$$

$$۲) \sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$$

$$۳) 1 + \tan^2 \theta = \frac{1}{\cos^2 \theta}$$

$$۴) 1 - \cot^2 \theta = \frac{1}{\sin^2 \theta}$$

سوال: درستی هریک از تساوی های زیر را بررسی کنید؟

الف)  $\left(\frac{1}{\cos \theta} + \tan \theta\right) (1 - \sin \theta) = \cos \theta$

ب)  $\frac{1}{\sin \theta} \operatorname{atan} \theta = \frac{1}{\cos \theta}$

پ)  $\frac{1 + \tan \alpha}{1 + \cot \alpha} = \tan \alpha$

ج)  $1 - \frac{\cos^2 x}{1 + \sin x} = \sin x$

تست ۱: مقدار عددی عبارت  $(\sin 60^\circ - \sin 45^\circ)(\cos 30^\circ + \cos 45^\circ)$  کدام است؟

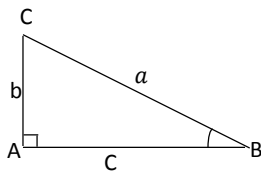
۱(۴)

$\frac{1}{2}$ (۳)

$\frac{1}{4}$ (۲)

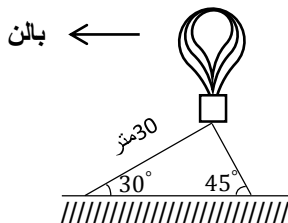
$\frac{3}{4}$ (۱)

تست ۲: در مثلث  $\triangle ABC$ ،  $A = 90^\circ$ ،  $\tan B = \sqrt{2}$  و  $a = 3\sqrt{3}$  می باشد، اندازه ضلع C کدام است؟



۳(۴)      ۲(۳)       $2\sqrt{3}$ (۲)       $\sqrt{6}$ (۱)

تست ۳: یک بالن مطابق شکل توسط دو طناب به زمین بسته شده است. اگر طول یکی از طناب ها ۳۰ متر باشد. طول طناب دوم تقریباً



چقدر است؟

۲۵(۴)

۲۳(۳)

۲۱(۲)

۲۰(۱)

تست ۴: در مثلث  $\triangle ABC$ ،  $\hat{A} = 30^\circ$ ،  $AB = 4$  و  $AC = 6$  مساحت مثلث ABC کدام است؟

۲۴(۴)

۱۲(۳)

۸(۲)

۶(۱)

Ins: @shayankavianiii

### فصل ۳: توانهای گویا و عبارتهای جبری

ریشه و توان رابطه دو سویه با یدیگر دارند به عنوان مثال  $2^3 = 8 \Leftrightarrow \sqrt[3]{8} = 2$

**ریشه دوم:** ریشه های دوم عدد مثبت  $a$  رو عدد قرینه هستند که توان دوم آن ها برابر با  $a$  است و آن را بانماد  $\sqrt{a}$  و  $-\sqrt{a}$  نمایش می دهیم.

**ریشه سوم:** ریشه سوم هر عددی مانند  $a$  عددی است که توان سوم آن برابر با  $a$  باشد و آن را با نماد  $\sqrt[3]{a}$  نشان می دهیم.

**ریشه  $n$  ام:**

الف) اگر  $n$  زوج باشد ریشه  $n$  ام عدد مثبت  $a$  دو عدد قرینه هستند که توان  $n$  ام آن ها برابر  $a$  است و به صورت  $\sqrt[n]{a}$  و  $-\sqrt[n]{a}$  نمایش می دهند.

ب) اگر  $n$  فرد باشد، ریشه  $n$  ام هر عددی مانند  $a$  عددی است که توان  $n$  ام آن برابر با  $a$  است و بانماد  $\sqrt[n]{a}$  نشان می دهند.

**نکته:** در  $\sqrt[n]{a}$  اگر  $n$  زوج باشد  $a$  نمی تواند منفی باشد یا به عبارت دیگر اعداد منفی ریشه زوج ندارند. مثلا  $\sqrt{-9}$  اشتباه است.

**نکته:** برای محاسبه  $\sqrt[n]{a^n}$  داریم که:

$$\text{زوج } n \Rightarrow \sqrt[n]{a^n} = |a| \qquad \text{فرد } n \Rightarrow \sqrt[n]{a^n} = a$$

**نکته:** هر عدد رادیکالی که حاصل آن عدد صحیح نباشد حتما بین دو عدد صحیح متوالی قرار دارد.

$$\text{مثلا } 3 < \sqrt[3]{60} < 4 \Rightarrow \sqrt[3]{27} < \sqrt[3]{60} < \sqrt[3]{64}$$

**سوال:** عدد  $\sqrt[5]{-98}$  را به طور تقریبی روی محور اعداد نشان دهید؟

**سوال:** مشخص کنید که هر ریشه بین کدام دو عدد صحیح متوالی قرار دارد؟

$$\sqrt[3]{20}$$

$$\sqrt[3]{-17}$$

$$\sqrt{10}$$



نکته: اگر  $n \geq 2$  یک عدد طبیعی باشد  $b$  را یک ریشه  $n$ ام عدد  $a$  می نامیم هرگاه  $b^n = a$

نکته: در ضرب و تقسیم رادیکال ها داریم:

$$\text{الف) } \sqrt[n]{a} \times \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{a \times b}$$

$$\sqrt[n]{a \pm b} \neq \sqrt[n]{a} \pm \sqrt[n]{b}$$

$$\text{ب) } \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} = \sqrt[n]{\frac{a}{b}}$$

نکته ۲: از جمع و تفریق چند رادیکال, جملات شامل رادیکال های یکسان را می توان جمع یا از هم کم کرد.

سوال: از جای خالی یکی از علامت های  $<=>$  را قرار دهید؟

$$(-0/1)^5 \quad \square \quad (-0/1)^3 \qquad (-0/1)^5 \quad \square \quad (-0/1)^3$$

$$(-2)^5 \quad \square \quad (-2)^4 \qquad \sqrt[5]{0/00001} \quad \square \quad 0/1$$

تمرین: اگر  $\sqrt[3]{16} = a$  باشد در این صورت حاصل عبارت  $a^3 + 5$  را بیابید

به ازای هر عدد طبیعی  $n \geq 2$  داریم

$$\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$$

( $m$  و  $n$  دو عدد طبیعی)

$$\sqrt[n]{a} = a^{\frac{1}{n}}$$

تمرین: ریشه های ششم عدد ۶۴ کدام اند؟

مثال: اعداد زیر را به شکل تواندار یا رادیکالی بنویسید؟

$$\sqrt[8]{b^4} \quad \text{و} \quad \sqrt{a^7} \quad \text{و} \quad \sqrt[6]{2^4} \quad \text{و} \quad (17)^{\frac{-1}{4}} \quad \text{و} \quad 4^{\frac{3}{5}}$$

نکته: اگر  $r$  و  $s$  دو عدد گویا باشند و  $a$  و  $b$  دو عدد مثبت باشیم داریم:

$$1) a^r \times a^s = a^{r+s}$$

$$2) (a^r)^s = a^{rs}$$

$$3) (ab)^r = a^r \times b^r$$

$$\frac{1}{a^r} = a^{-r}$$

تمرین: حاصل عبارتهای زیر را بیابید؟

$$\sqrt{\sqrt{81}} =$$

$$\sqrt[3]{\sqrt{64}} =$$

سوال: مقدار  $x$  را از رابطه  $\sqrt{x\sqrt{x}} = \sqrt{2}$  بدست آورید؟

عبارتهای جبری: اتحادهای مهم:

$$(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2 \quad \text{اتحاد مربع دو جمله ای}$$

$$(a \pm b)^3 = a^3 \pm 3a^2b + 3ab^2 \pm b^3 \quad \text{اتحاد مکعب دو جمله ای}$$

$$(a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2ac + 2bc \quad \text{اتحاد مربع سه جمله ای}$$

$$(x + a)(x + b) = x^2 + (a + b)x + ab \quad \text{اتحاد یک جمله مشترک}$$

$$(a + b)(a^2 - ab + b^2) = a^3 + b^3 \quad \text{اتحاد چاقی و لاغر}$$

$$(a - b)(a^2 + ab + b^2) = a^3 - b^3$$

$$(a - b)(a + b) = a^2 - b^2 \quad \text{اتحاد مزدوج}$$

سوال: عبارت  $27a^3 - 1$  مضرب کدام یک از عبارتهای زیر است؟

$$3a + 1 \quad (۴) \quad 9a^2 + 3a + 1 \quad (۳) \quad 3a - 1 \quad (۲) \quad a - 1 \quad (۱)$$

سوال: عبارتهای زیر را تا حد ممکن تجزیه کنید؟

الف)  $a^3b^6 - 8$

ب)  $8a^3 + 27$

ج)  $\frac{x^3-1}{(x-1)^3}$

سوال: حاصل عبارتهای زیر را بیابید؟

الف)  $\frac{x+2}{x^2-1} + \frac{x+1}{x^2-3x+2}$

ب)  $\frac{1}{\sqrt{x}-1} + \frac{2}{\sqrt{x}+1} - \frac{5x}{x-1}$

## گویا کردن:

برای گویا کردن مخرج کسرها، باید صورت و مخرج کسر را در عبارتی ضرب کردن تا رادیکال مخرج از بین رود؟

الف)  $\frac{1}{\sqrt{5}-1}$

ج)  $\frac{x-y}{\sqrt{x}-\sqrt{y}}$

ب)  $\frac{2}{\sqrt{3}+5}$

ر)  $\frac{2}{\sqrt[3]{5}+1}$

ه)  $\frac{1}{\sqrt[3]{x^2+1}}$

م)  $\frac{7a}{\sqrt[3]{a}-1}$

Ins: @shayankavianiii

## فصل ۴: معادله و نامعادله

معادله درجه ۲: هر معادله به شکل  $ax^2 + bx + c = 0 (a \neq 0)$  که در آن  $a$  و  $b$  و  $c$  اعداد حقیقی هستند را یک معادله درجه

$$\text{دوم می گویند مثلا: } 3x^2 - 4x - 7 = 0$$

روش های حل معادله درجه دوم:

(۱) تجزیه: در تجزیه یک چند جمله ای را به صورت ضرب چند عبارت چند جمله ای می نامیم.

نکته: اگر  $A$  و  $B$  دو عبارت جبری باشند و  $AB=0$ ، آنگاه حداقل یکی از این دو عبارت صفر است

$$\text{یعنی: } B = 0 \text{ یا } A = 0 \Rightarrow A \cdot B = 0$$

مثال:

$$x^2 - 3x - 4 = 0 \Rightarrow (x - 4)(x + 1) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x - 4 = 0 \\ x + 1 = 0 \end{cases} \quad \boxed{x \text{ و } 4} \quad \boxed{x \text{ و } -1}$$

(۲) روش ریشه گیری: اگر  $a$  یک عدد حقیقی نامنفی (بزرگتر یا مساوی صفر) باشد، ریشه های معادله درجه دوم  $x^2 = a$

عبارتنداز:

$$x = \sqrt{a} \text{ و } x = -\sqrt{a}$$

$$a^2 = a \Rightarrow \boxed{a = \pm\sqrt{a}}$$

$$(x + 2)^2 = 25 \Rightarrow x + 2 = \pm 5 \Rightarrow \begin{cases} x = 2 + 5 = 7 \\ x = 2 - 5 = -3 \end{cases} \quad \text{مثال:}$$

(۳) روش مربع کامل: در این روش با تشکیل مربع دو جمله ای، معادله را حل می کنیم.

$$x^2 - 6x - 7 = 0 \Rightarrow x^2 - 6x - 7 - 9 + 9 = 0 \Rightarrow (x - 3)^2 = 16$$

۴) روش فرمول کلی (دلتا): در معادله  $ax^2 + bx + c = 0$  ابتدا  $\Delta = b^2 - 4ac$  را پیدا می‌کنیم و 3 حالت خواهیم داشت:

الف)  $\Delta > 0 \Leftrightarrow$  معادله دو ریشه حقیقی تمایز دارد  $x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$

ب)  $\Delta = 0 \Leftrightarrow$  معادله دو ریشه مضاعف داد (دو ریشه مساوی دارد)  $x = \frac{-b}{2a}$

ج)  $\Delta < 0 \Leftrightarrow$  معادله ریشه حقیقی ندارد

مثال:  $2x^2 - 5x - 7 = 0 \Rightarrow \Delta = 25 + 56 = 81$

$$x = \frac{+5 \pm \sqrt{81}}{2(2)} = \frac{+5 \pm 9}{4} \qquad x_1 = \frac{14}{4} = \frac{7}{2} \quad x_2 = \frac{-4}{4} = -1$$

سوال: معادله های داده شده را به شکل خواسته شده حل کنید.

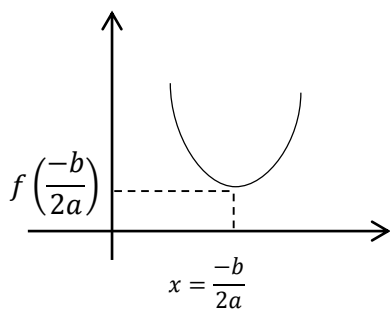
الف)  $3t^2 - t = 0$  (تجزیه)      ب)  $(r - 2)^2 = 16$  (ریشه گیری)

ج)  $x^2 + 4x + 4 = 0$  (مربع کامل)      د)  $4k^2 - 12k + 8 = 0$  (تجزیه)

ه)  $4x^2 - 13x + 3 = 0$  (فرمول کلی)      ی)  $x^2 - 6x + 9 = 0$  (فرمول کلی)

تمرین: مجموع مربعات دو عدد فرد متوالی ۲۹۰ است این دو عدد را بیابید؟

سهمی: نمودار هر معادله به فرم  $y = ax^2 + bx + c$  که در آن  $a, b, c$  اعداد حقیقی هستند ( $a \neq 0$ ) یک سهمی است.



مختصات رأس سهمی برابر است با  $S = \left(\frac{-b}{2a}, \frac{-\Delta}{4a}\right)$

نکته: اگر  $a > 0$  باشد نمودار دارای کمترین مقدار و اگر  $a < 0$  باشد نمودار دارای بیشترین مقدار است

Ins: @shayankavianiii

نکته: در سهمی  $y = ax^2 + bx + c$  خط قائم  $x = \frac{-b}{2a}$  محور تقارن سهمی است.

سوال: نمودار سهمی  $y = x^2 + 2x + 3$  را رسم کنید؟

سوال: سهمی  $y = -2x^2 + 4x - 3$  را رسم کنید؟

نکته: هر سهمی به صورت  $y = a(x - h)^2 + k$  که  $a \neq 0$  است راسی به مختصات  $(h, k)$  و خط تقارنی با معادله  $x = h$  دارد.

تمرین: نمودار سهمی  $C$  محور  $Y$ ها را در نقطه ای به عرض  $2$  و محور  $Z$ ها را در نقاط  $-1$  و  $2$  قطع کرده است معادله این سهمی را بنویسید و آن را رسم کنید؟

$$y = ax^2 + bx + c$$

تعیین علامت عبارت درجه ی دوم

$x$	$-\infty$	$x_1$	$x_2$	$+\infty$	
P	موافق علامت $a$	مخالف علامت $a$	مخالف علامت $a$	موافق علامت $a$	$\Delta > 0$ (الف)

$x$	$-\infty$	$x_1$	$+\infty$	
P	موافق علامت $a$	موافق علامت $a$	موافق علامت $a$	$\Delta = 0$ (ب)

$x$	$-\infty$	$+\infty$	
P	موافق علامت $a$		$\Delta < 0$ (پ)



تعیین علامت عبارت درجه ۱:

$$y = ax + b$$

$$y = 0$$

$$ax + b = 0 \Rightarrow x = \frac{-b}{a} \text{ ریشه}$$

$x$	$-\infty$	$\frac{-b}{a}$	$+\infty$
$p$	مخالف علامت $a$		موافق علامت $a$

سوال: عبارت  $2x^2 - x - 3$  را تعیین علامت کنید؟

سوال: عبارت  $p(x) = \frac{x(x-3)^2}{x^2+x-2}$  را تعیین علامت کنید؟

نامعادله:

خاصیت جمع:

$$\text{اگر } A < B \text{ سپس } A + C < B + C$$

خاصیت ضرب:

$$\text{الف) اگر } C > 0 \text{ و } A < B \text{ سپس } AC < BC$$

$$\text{ب) اگر } C < 0 \text{ و } A < B \text{ سپس } AC > BC$$

سوال : جواب نامعادله  $-1 \leq 3x - 2 \leq 1$  کدام است؟

سوال : مجموعه جواب نامعادله  $\frac{x^2-3x+2}{x+1}$  کدام است؟

سوال : در سهمی به معادله  $y = 2x^2 + 4x - 1$  کمترین مقدار  $y$  کدام است؟

Ins: @shayankavianiii

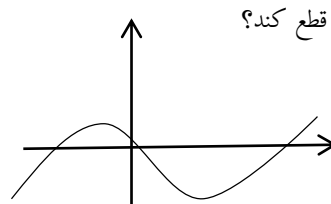
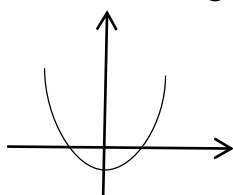
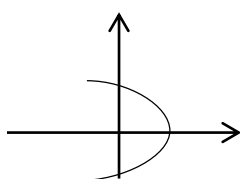
## فصل ۵: تابع

سوال: مقدار  $b$  و  $a$  را بگونه ای بیابید که رابطه زیر یک تابع باشد؟

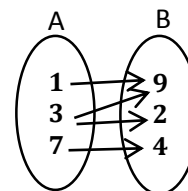
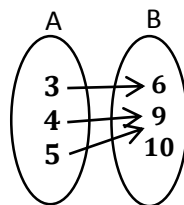
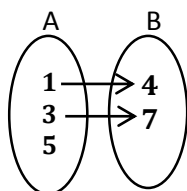
$$f = \{ (2, 1), (4, 8), (2, a - 3), (a, b + 2) \}$$

نمایش نمودار تابع: از احاطه نموداری، یک نمودار تابع است به شرطی که هر خطی موازی محور  $y$ ها، نمودار را حداکثر در یک

نقطه قطع کند؟



سوال: کدام یک از نمودارهای زیر پسانگر تابع است؟



دامنه و برد تابع: مجموعه‌ی شامل تمام مولفه‌های اول زوج مرتب‌های یک تابع را دامنه تابع و مجموعه شامل تمام مولفه‌های دوم

زوج مرتب‌ها یک تابع را برد تابع می‌گوییم.

$$f = \{ (1, 2), (3, 6) \}$$

مثال:  $D_f = \{1, 3\}$

$$R_f = \{2, 6\}$$

تمرین: کدام یک از گزینه های داده شده می تواند تابع باشد؟

(۱)  $\{(3.5). (2.6). (3.2)\}$  (۲)  $\{(4. -1). (3. -1). (\sqrt{16}. 2)\}$

(۳)  $\{(-1. \sqrt{2}). (0.0). (-1. \sqrt{2})\}$  (۴)  $\{(1.5). (2.5). (1.1)\}$

نکته: هر تابعی که بتواند آن را به شکل  $y = ax + b$  نمایش دارد یک تابع خطی نامیده میشود.

سوال: اگر بدانیم  $f(x) = 2x + 3$  باشد در این صورت مقدار A را بیابید؟

$$A = \frac{2f(0) - f(3) + 4}{3 + \frac{f(1)}{5}}$$

$$f(10) = ?$$

**ضابطه تابع:** رابطه ایی است که بر اساس آن مولفه های دوم زوج مرتب های تابع بر حسب مولفه های اول زوج مرتب های آن تولید می شود. به عبارت دیگر رابطه ایی بین دامنه و برد تابع است که به صورت عبارت ریاضی بیان می شود.

$$y = f(x)$$

سوال: اگر ضابطه تابع  $f$  به صورت  $f(x) = 3x - 2$  باشد برد تابع را بیان کنید و تابع را به صورت زوج مرتب بنویسید؟

سوال: تابع خطی  $f$  از نقطه  $A(-1, 2)$  گذشته و  $f(1) = 4$  است، ضابطه این تابع را بیابید؟

انواع تابع: تابع چند جمله ای: تابعی که ضابطه آن یک چند جمله ی صیبری بر حسب متغیر می باشد. مانند:

$$f(x) = 3x^4 - 7x^3 + x - 9$$

تابع همانی: تابعی که هر عضو از دامنه را دقیقاً به همان عضو از برد نظیر می کند:  $y = x$

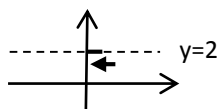
مثال:  $f = \{(2, 2), (3, 3), (4, 4)\}$

تابع ثابت: تابعی که برد آن فقط شامل یک عضو باشد. مانند:

$$f = \{(1, 5), (2, 5), (\sqrt{5}, 5), (0, 5)\}$$

نکته: نمودار تابع ثابت  $y=k$  با دامنه  $\mathbb{R}$  خط افقی موازی محور  $x$ هاست.

مثال:

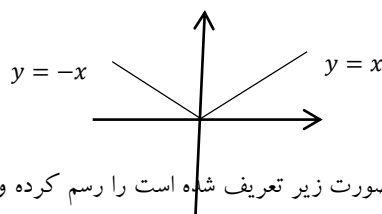


تابع چند ضابطه ای: تابعی که در قسمت های مختلف دامنه، ضابطه های متفاوتی دارد.

مثال:

$$y=|x| = \begin{cases} x & x \geq 0 \\ -x & x < 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \geq 0 \\ x < 0 \end{cases}$$



سوال: تابع  $f$  که به صورت زیر تعریف شده است را رسم کرده و دامنه و برد آن را یافته و سپس مقادیر خواسته شده را بیابید.

$$f(x) = \begin{cases} 2x & x \leq -1 \\ x + 2 & x > 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \leq -1 \\ x > 1 \end{cases}$$

الف)  $f(2)$  و ب)  $f(f(-3))$

سوال: تابع چند ضابطه ای  $g$  را رسم کنید؟

$$g = \begin{cases} x^2 - 1 & x > 0 \\ 5 & x = 0 \\ 7x - 4 & x < 0 \end{cases}$$

سوال: تابع  $f$  مفروض است، حاصل عبارتهای زیر را بدست آورید؟

$$f = \begin{cases} 1 - x & x < 0 \\ 5 & x = 0 \\ x^2 & x > 0 \end{cases}$$

الف)  $f(0) + f(1)$

ب)  $f(-1) - 2ff(2)$

ج)  $fff(0)$

### انتقال توابع :

نکته ۱: برای رسم نمودار تابع  $y = f(x) \pm k$  از روی نمودار تابع  $y = f(x)$  کافی است در صورتی که  $k > 0$  باشد نمودار  $y = f(x)$  را به اندازه  $k$  واحد در راستای محور  $y$  بالا ببریم و اگر  $k < 0$  باشد نمودار را در راستای محور  $y$  به اندازه  $k$  واحد به سمت پایین ببریم.

نکته ۲: برای رسم نمودار تابع  $y = f(x \pm k)$  از روی نمودار تابع  $y = f(x)$  کافیست در صورتی که  $k > 0$  باشد نمودار  $y = f(x)$  را به اندازه  $k$  واحد در راستای محور  $x$  به سمت راست انتقال دهیم.

نکته ۳: برای رسم نمودار  $y = f(kx)$  کافیست طول همه نقاط واقع به نمودار  $y = f(x)$  را بر  $k$  تقسیم کنیم.

سوال : نمودار توابع زیر را به کمک انتقال رسم کنید.؟

الف)  $p(x) = |x - 2| + 3$

ب)  $g(x) = (x + 1)^2 - 1$

ت)  $m(x) = -x^2 - 1$

پ)  $t(x) = \frac{-3}{2}x^2 + 2$

ج)  $y(x) = -|x| + 2$

د)  $p(x) = -x^2 + 2$



Ins: @shayankavianiii

## فصل ششم " شمارش , بدون شمردن "

**اصل جمع:** اگر کاری را به دو روش بتوان انجام داد به گونه ای که در روش اول  $m$  انتخاب و در روش دوم  $n$  انتخاب وجود داشته باشد , برای انجام کار مورد نظر  $m + n$  روش وجود دارد.

**تعمیم اصل جمع:** اگر کاری را به  $k$  روش بتوان انجام داد که در روش اول  $m$  انتخاب و در روش دوم  $m_2$  انتخاب و ..... داشته باشیم برای انجام کار مورد نظر  $m_1 + m_2 + \dots + m_k$  روش وجود دارد.

**اصل ضرب:** اگر انجام کاری شامل ۲ مرحله باشد به طوری که برای انجام مرحله اول  $m$  روش و برای هر کدام از این  $m$  روش مرحله دوم را با  $n$  روش قابل انجام داد و در کل کار مورد نظریا  $m \times n$  روش قابل انجام است.

**تعمیم اصل ضرب:** اگر انجام کاری شامل  $k$  مرحله باشد به طوری که برای انجام مرحله اول  $m_1$  روش , برای انجام مرحله دوم  $m_2$  روش , ..... و برای انجام مرحله  $k$ ام , روش وجود داشته باشد کار مورد نظریا  $m_1 \times m_2 \times \dots \times m_k$  روش قابل انجام است.

**مثال:** شخصی کتابخانه اش دارای ۳۰ جلد کتاب تاریخی و ۲۵ جلد کتاب علمی است.

الف) به چند طریق این شخص می تواند یک کتاب انتخاب کند؟

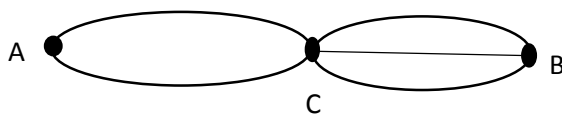
ب) به چند طریق این شخص می تواند یک کتاب تاریخی و یک کتاب علمی انتخاب کند؟

$$\text{ب) } 30 \times 25 = 750$$

$$\text{الف) } 30 + 25 = 55$$

**سوال:** شکل زیر مسیرهای بین شهرهای A, B, C را نشان می دهد:

به چند طریق می توان از شهر A به B رفت؟



سوال : با ارقام ۹، ۸، ۷، ۶، ۵ و ۰ و بدون تکرار ارقام ؟

الف) چند عدد چهار رقمی می توان نوشت ؟

ب) چند عدد چهار رقمی زوج می توان نوشت ؟

سوال : با حروف SPACE و بدون تکرار حروف:

الف) چند کلمه سه حرفی می توان نوشت ؟

ب) چند کلمه چهار حرفی می توان نوشت ؟

ج) چند کلمه چهار حرفی می توان نوشت که با حروف صدا دار شروع شود؟

ه) چند کلمه سه حرفی می توان نوشت که با S شروع میشود؟

جایگشت: به طرز قرار گرفتن n شیء متمایز کنار یکدیگر را جایگشت آن n شیء می گویند و آن را با  $n!$  نشان می دهند.

$$n! = n \times (n - 1) \times (n - 2) \dots \times 2 \times 1$$

فکتوریل:

نکته: $0! = 1$
----------------

$$5! = 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1$$

$$7! = 7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1$$

مثال: ۵ نفر به چند طریق می توانند در کنار یکدیگر قرار گیرند؟

$$5! = 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1$$

حل:

سوال: ۳ کتاب شیمی متایز و ۴ کتاب ریاضی متمایز را به چند طریق می توان در قفسه کنار هم قرار داد به طوری که :

الف) هیچ شرطی نباشد.

ب) کتابهای ریاضی کنار هم باشند.

ج) کتابهای ریاضی و شیمی یک در میان باشند.

سوال: با حروف کلمه "آسمان" چند کلمه پنج حرفی می توان نوشت که به "ن" ختم می شوند؟

جایگشت  $r$  شی از  $n$  شی متمایز، کنار هم قرار گرفتن  $r$  شی از  $n$  شی که در آن ترتیب مهم باشد را با  $p(n, r)$  نشان می دهند و جایگشت  $r$  شی از  $n$  شی می نامند.

$$P(n, r) = \frac{n!}{(n-r)!}$$

مثال: با ارقام ۱، ۲، ۳، ۴، ۵ چند عدد ۳ رقمی بدون تکرار ارقام می توان نوشت ؟

$$n = 5 \quad r = 3$$

$$p(5, 3) = \frac{5!}{(5-3)!} = \frac{5!}{2!} = 60 \quad \text{پاسخ}$$

**سوال:** با حروف کلمه "جهانگردی" و بدون تکرار حروف:

الف) چند کلمه شش حرفی می توان نوشت که با حرف "ن" شروع شود؟

ب) چند کلمه شش حرفی می توان نوشت که با شامل حرف "ن" باشد؟

**مثال:** با حروف کلمه flower، چند کلمه چهار حرفی بدون تکرار می توان نوشت؟

$$p(6,4) = \frac{6!}{(6-4)!} = \frac{6!}{2!} = \frac{6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1}{2!} = 360$$

$$6 \times 5 \times 4 \times 3 = 360 \Rightarrow \underline{6} \quad \underline{5} \quad \underline{4} \quad \underline{3} \text{ راه حل ۲}$$

**ترکیب:** به هر انتخاب  $r$  شی از بین  $n$  شی متمایز که در آن ترتیب مهم نباشد ترکیب  $r$  شی از  $n$  شی می گویند و با نمادهای  $c(n, r)$  یا  $\binom{n}{r}$  نشان می دهند:

$$c(n, r) = \binom{n}{r} = \frac{n!}{r!(n-r)!}$$

**مثال:** داخل جعبه ایی ۴ مهره آبی و ۵ مهره قرمز وجود دارد به چند طریق می توان از این جعبه ۳ مهره خارج کرد به طوری که:

الف) شرط خاصی نباشد؟

ب) دقیقاً یک مهره آبی و ۲ مهره قرمز باشد؟

پ) حد اکثر ۲ مهره آبی باشد؟

ت) حداقل ۲ مهره آبی باشد؟

$$\text{الف) } \binom{9}{3} = \frac{9!}{(9-3)!6!} = 84$$

پاسخ :

$$\text{ب) } \binom{4}{1} \binom{5}{2} = 4 \times 10 = 40$$

$$\text{پ) } \binom{4}{2} \binom{5}{1} + \binom{4}{1} \binom{5}{2} + \binom{5}{2} = 6 \times 5 + 4 \times 10 + 10 = 80$$

$$\text{ت) } \binom{4}{2} \binom{5}{2} + \binom{4}{3} = 6 \times 5 + 4 = 34$$

$$\text{نکته : } \binom{n}{n-1} = n, \quad \binom{n}{1} = n$$

$$\binom{n}{0} = 1, \quad \binom{n}{k} = \binom{n}{n-k}$$

**مثال :** با حروف کلمه "گل پیرا" و بدون تکرار حروف

الف) چند کلمه ۶ حرفی می توان نوشت ؟ چند تا از آن ها با "گل" شروع میشود؟

ب) چند کلمه ۴ حرفی می توان نوشت؟

پ) چند کلمه ۶ حرفی می توان نوشت که در آن ها دو حرف "پ" و "ر" در کنار هم آمده باشد؟

ت) چند کلمه ۴ حرفی می توان نوشت که در آن ها دو حرف "پ" و "ر" در کنار هم آمده باشد؟

حل:

$$\text{ت) } 2 \times 3 \times 4 \times 2 = 72$$

$$\text{پ) } 5!2!$$

$$\text{ب) } (4 \text{ و } 6) p$$

$$\text{الف) } 6! - 4!$$

Ins: @shayankavianiii

## فصل هفتم ۷: آمار و احتمال

**پدیده تصادفی:** آزمایشی است که نتیجه آن قبل از وقوع به طور دقیق قابل تعیین نمی باشد ولی می توان تمام نتایج حاصل را مشخص کرد.

**فضای نمونه:** مجموعه تمام نتایج ممکن برای یک پدیده تصادفی را فضای نمونه ای می گویند و با  $\Omega$  نشان می دهند.

نکته ۲

فضای نمونه پرتاب سکه:  $2^n$

فضای نمونه پرتاب تاس:  $6^n$

فضای نمونه فرزند:  $2^n$

**پیشامد تصادفی:** هر زیر مجموعه ای از فضای نمونه را پیشامد تصادفی می گویند.

**مثال:** تاسی را پرتاب می کنیم مطلوبست:

الف) فضای نمونه (ب) پیشامد  $A$  که در آن عددی فرد ظاهر شود

(پ) پیشامد  $B$  که در آن عدد بزرگتر از ۳ بیاید.

حل:

الف) ۶ عضو  $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$  (ب)  $A = \{1, 3, 5\}$  (پ)  $B = \{4, 5, 6\}$

**مثال:** یک تاس و دو سکه را با هم می اندازیم:

الف) فضای نمونه چند عضو دارد؟

(ب) پیشامد آنکه هر دو سکه "وتاس زوج باشد".

(پ) پیشامد آنکه "هر دو سکه پشت یا تاس عدد ۵" بیاید.

Ins: @shayankaviani



حل:

$$n(s) = 2 \times 2 \times 6 = 24 \quad (\text{الف})$$

$$A = \{(r, r, 2), (r, r, 4), (r, r, 6)\} \quad (\text{ب})$$

$$B = \{(r, r, 5), (r, p, 5), (p, r, 5), (p, p, 5), (p, p, 1), (p, p, 2), (p, p, 3), (p, p, 4), (p, p, 6)\} \quad (\text{پ})$$

### عملیات روی پیشامدها:

(الف)  $A \cup B$ : پیشامد آنکه حداقل یکی از دو پیشامد A یا B رخ دهد.

(ب)  $A \cap B$ : پیش آمد آنکه هر دو پیشامد A و B رخ دهد.

(پ)  $A - B$ : پیشامد آنکه A رخ دهد ولی B ندهد.

(ت)  $\bar{A}$ : متمم پیشامد A است یعنی آنکه پیشامد A اتفاق نیفتد.

احتمال رخ دادن یک پیشامد (اندازه گیری شانس):

اگر A پیشاوری از فضای نمونه S باشد, احتمال رخ دادن پیشامد A در

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} \quad \text{و} \quad 0 \leq P(A) \leq 1$$

**سوال:** دو تاس را باهم پرتاب می کنیم مطلوبست:

(الف) احتمال آنکه حداقل یکی از تاس ها بیاید.

(ب) احتمال آنکه مجموع دو تاس زوج باشد.

نکته: برای هر دو پیشامد A و B از فضای نمونه ای S, همراه تساوی زیر برقرار است:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

و اگر A و B دو پیشامد ناسازگار باشند:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

$$P(A - B) = P(A) - P(A \cap B) \text{ و } P(A) + P(\bar{A}) = 1 \text{ و } P(\bar{A}) = 1 - P(A) \quad \text{نکته:}$$

مثال: احتمال آنکه پویا در فیزیک قبول شود  $0/6$  و احتمال آنکه در ریاضی قبول شود  $0/4$  است و احتمال آنکه حداقل در یکی از دو درس قبول شود  $0/8$  است مطلوبست:

الف) احتمال آنکه در هر دو درس قبول شود.

ب) احتمال آنکه فقط در ریاضی قبول شود.

حل:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) \Rightarrow 0/8 = 0/6 + 0/4 - P(A \cap B) \quad \text{الف) } P(A \cap B) = 0/2$$

$$P(B - A) = P(B) - P(A \cap B) = 0/4 - 0/2 = 0/2 \quad \text{ب)}$$

سوال: می خواهیم از بین ۳ دانش آموز کلاس دهم رشته ریاضی و ۲ دانش آموز دهم رشته دهم تجربی یک تیم دو نفره تنیس روی میز انتخاب کنیم. اگر این عمل تصادف صورت بگیرد، چقدر احتمال دارد که:

الف) هر دو نفر از دانش آموزان کلاس دهم رشته ریاضی باشند؟

ب) هر دو نفر هم رشته باشند؟

پ) نفر از رشته ریاضی و نفر از رشته تجربی باشد؟

## مقدمه ای در علم آمار، جامعه و نمونه

تعریف آمار و علم آمار: آمار مجموعه ای از ارقام و اطلاعات است. علم آمار مجموعه ای از روش هایی است که شامل جمع آوری اعداد، ارقام، سازماندهی و نمایش، تحلیل و تفسیر داده ها و در نهایت نتیجه گیری، قضاوت و پیش بینی مناسب در مورد پدیده ها و آزمایش های تصادفی است.

جامعه یا جمعیت: مجموعه تمام افراد یا اشیایی که در مورد یک یا چند ویژگی آن ها مطالعه و بررسی میشود. تعداد اعضای جامعه را اندازه‌ی جامعه می نامند.

نمونه: بخشی از جامعه که برای مطالعه و بررسی انتخاب میشود و تعداد اعضای آن را اندازه یا حجم نمونه گویند.

متغیر: متغیر یک ویژگی و خاصیتی از اعضای جامعه است که مورد بررسی و مطالعه قرار می گیرد. عددی که به ویژگی متغیر نسبت داده میشود مقدار متغیر می نامند.

متغیر } کمی : متغیری که قابل اندازه گیری باشد و آن را با عدد می توان بیان کرد .  
کیفی : متغیری که قابل اندازه گیری نباشد و نمی توان آن را با عدد بیان کرد .

متغیر کمی } پیوسته : متغیری است که اگر دو مقدار  $b$  و  $a$  را بتوان اختیار کرده دور مقدار بین آن ها را شامل میشود .  
گسسته : متغیر کمی که پیوسته نباشد .

متغیر کیفی } اسمی : متغیر کیفی که ترتیبی نباشد مثل گروه خون  
ترتیبی : متغیری که در آن نوعی ترتیب طبیعی و منطقی وجود داشته باشد مانند تحصیلات

مثال : نوع متغیر های زیر را به طور کامل مشخص کنید

الف) جنسیت کارکنان یک اداره

ب) تعداد تماس های افراد در یک روز

پ) وزن بسته های پستی

ت) نوع اتومبیل افراد

ث) میزان علاقه خانم ها به آشپزی

ج) میزان بارندگی در یک ماه برحسب میلی لیتر

پاسخ: الف) کیفی اسمی      ب) کمی گسسته

پ) کمی پیوسته      ت) کیفی اسمی

ث) کیفی ترتیبی      ج) کمی پیوسته

مثال : در یک کارخانه روزانه ۴۰ قطعه تولید می شود. واحد کنترل کیفی روزانه ۵ قطعه را به طور تصادفی انتخاب کرده و کیفیت آن ها بررسی میکند. در این بررسی جامعه و نمونه ، اندازه جامعه و اندازه نمونه را مشخص کنید؟

جامعه : تمام قطعات تولید شده در یک روز      اندازه جامعه : ۴۰ قطعه

نمونه : قطعاتی که به طور تصادفی انتخاب میشوند      اندازه نمونه : ۵ قطعه

Ins: @shayankavianiii